

Лекция 12. Критериалды әдістер. Шешімді қабылдаудың кейбір әдістемелері. Шешім көпкритериалды қабылдауының оқу мысалы.

1. Лекция мақсаты мен міндеттері: Критериалды әдістер. Шешімді қабылдаудың кейбір әдістемелері. Шешім көп критериалды қабылдауының әдістері мен міндеттері оқыту.

2. Лекция мазмұны:

1. Критериалды әдістер.
2. Шешімді қабылдаудың кейбір әдістемелері.
3. Шешім көпкритериалды қабылдауының оқу мысалы.

3. Оқытудың техникалық құралдары: Zoom онлайн оқыту платформасы

4. Лекция оқудың тәртібі, оқыту әдістері мен түрлері: баяндау, сұрақ – жауап, түсіндіру, кіріспе лекция

Білімдерді ұсыну негізгі модельдер, бағалы есептер тізімі және оларды шешу әдістер өткен ғасырдың 80 жылдары ұйымдастырылды.

90 жылдардың басында жасанды интеллектің есептері мен әдістерінің философиялық түсінуі біраз өзгерді, бұл бірден жаңа модельдердің пайда болуына әкелді: іздестіруді сипаттау критериалды тілі, нейрон желі, ықтималдық модельдер. Бірақ, айта кетейік, кейбір мамандар оларды толық модель деп санамайды, себебі бұл модельдер өзінің қорытындысын негіздей алмайды. Мұнда логикалық пен өнімдік модельде болатын және білімдерді ұсыну, жаңа модельде болмайтын бектрекинг механизмы еске алынады. Сараптамалық жүйеде өзінің қорытындысын түсіндіретін бағыныңқы жүйесі болу қажет. Сондай-ақ, критериалды тілдің пайда болуына кем дегенде, жүздеген жыл бар, сондықтан оларды жаңа деп айту дұрыс емес.

Сонымен, «білімдерді ұсыну үшін модельге» жаңа көзқарас – бұл «жақсы шешімдерді» тудыруға мүмкіндік беретін кейбір модель. Және ол адамның ойлау әдісін бе, не өзінің қорытындыларын түсіндіре ме, аса маңызды емес.

Критериалды әдістер

Тәжірибеде интеллектуалды, айқын емес модельдердің қолдануы баламаны бағалау және ең жақсысын таңдау үшін қажет. Олардың қолдану қажеттілігі баламаның көп санына, еске алатын параметрлеріне себепті; мысалы, «қолайлы, әдеттегі және ең нашар».

Бұл жағдайда барлық «иә» мен «қарсы» еске алынып немесе кездейсоқ түрде (мысалы, аналогия арқылы), таңдау ұғынып жүзеге асырылу мүмкін. Айта кетейік, үлкен жүйелер үшін сарапшы ұсынып беретін логикалық негіздемелер кездейсоқ таңдаудан аса сенімді емес, ал кейбір жағдайда сенімі төмен болады. Бұл алдымен көп фактілерді, себептерді, мақсаттарды адам жадында сақтай алмайтынына байланысты, ал қазіргі есептер (мысалы, экономикалық) осыны талап етеді.

Мысалы, банк қызметкері тұрақсыз жағдайдағы кәсіпорынды несиелеу туралы шешім қабылдайды. Егер несие берілмесе және кәсіпорын өз күшімен қиыншылықтан шықса, онда банк пайда алалмайды. Егер де кәсіпорын ойсырап қалса, банк шығындарға ұшырайды. Егер несие үлкен кепілге

берілсе, кәсіпорын алудан бас тартады. Сонымен қызметкердің интуициясы және бухгалтерлік құжаттары шешімді қабылдауға жеткілікті ме?

Сол сияқты есептерді сипаттау және шешу үшін арнайы модель жасалынған – таңдауды бейнелеу тілдері. Таңдау есептер әр алуанды және оларды шешу әдістері де әртүрлі. Алдымен барлық таңдау есептер үшін жалпы ұғымдарды енгізейік.

Таңдау есебі

ЖИ қолданылатын әдістердің ең ескісі критериалды баға беру, дәрежелеу және кейінгі таңдау әдісі.

Ең қарапайым қойылуда бұл әдіс екі баламаны (бинарлы қатынас) салыстыруға ұсынады. Мысалы, $3 < 5$, $6 \in \{3,5,6\}$ және т.б. осындай қатынастар Аристотельге дейін белгілі болатын. Біздің жағдайымызда салыстыру бір параметр (критерий) бойынша жүргізіледі. Келесі мысалда одан күрделі жағдайды көрсетейік.

Берілген: балама $A(3,3) = A(a_1, a_2)$ және балама $B(5,5) = B(b_1, b_2)$. Оларды байланыстыратын R қатынасты анықтаңыз, яғни $A R B$.

Егер дәстүрлі көзқарасты ұстасақ, онда $B > A$ өйткені $b_1 > a_1$ және $b_2 > a_2$. Бірақ, мұндай шешім даусыз емес, себебі a_1 , a_2 , b_1 , b_2 деген не және $\{a_1, b_1\}$ мен $\{a_2, b_2\}$ көптіктерде қатал ретті қатынастарды («<», «>») қоюға балама айқын емес. A мен B баламалар мәні «Омаров» және «Оспанов» сәйкес болсын. $\{a_1, b_1\}$ және $\{a_2, b_2\}$ параметрлер – 1 және 2 семестрдегі қанағаттанарлықсыз бағалар саны. Осылардың қайсысы үздік студент? Әрине, $A = B$ — онда екеуі де нашар оқиды. Егер де параметрдің мағынасын «күрделі сызбадағы қателіктер саны» деп санасақ, онда анық $A > B$ (A B -дан жақсы). Көрініп тұрғандай, шешім көзқарасқа («өлшеудің нолі») және R қатынастың түріне тәуелді.

Күрделі жағдай – екіден артық баламаны салыстыру (екі екіден), немесе екіден артық аргументтерді байланыстыратын қатынасты анықтау. Бұл жағдайда R қатынасы тернарды болу мүмкін (мысалы, R – үшбұрыш a , b , c қабырғаларды байланыстырады) немесе n -арлы (отбасы). n саны шекті, есептеулі немесе континуалды болу мүмкін. Мысалы, Сізге «демалыс үшін турбаза таңдауыңыз» керек, мұндағы критерийлер «комфорт деңгейі» және «баға». Егер Сіз таңдау үшін Алатау базалар анықтамалығын пайдалансаңыз, балама көптігі шектеулі болады. Егер де «жабайы туризмды» ұнатсаңыз, ал «база» ретінде «кемпинг үшін орындарды» қарастырсаңыз – онда континуалды (яғни $[0..1]$ кесіндіге сәйкес сандар көптігі) болады. Шынында, екі түрлі кемпинг арасында ғажап орын әрқашан табуға болады. Және де әрбір кемпингты тым бағалаудың қажеті жоқ, Сізге кездескен қандай болса да, ертең одан күштісі кездесу мүмкін. Кездейсоқ таңдау (кездейсоқ шаманың кейбір үлестіру заңы) – баламалар континуалды көптігі үшін әбден есті шешім.

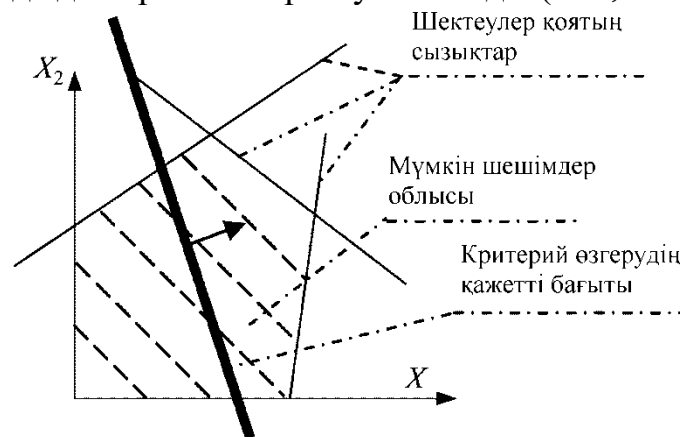
Сонымен, критериалды таңдау есебі сипатталады: көп өлшемді параметрлер кеңістігінің бар болуымен; осы кеңістікте («идеал нүктелер» немесе нүктене беру мүмкін болмаса «дәмелену деңгейлер») қажетті салаларды бейнелеуі мен; таңдалған баламаның қажетті салаға жақындығын

анықтайтын өлшеммен (таңдау критерийі); шекаралық мәндер жиынтығымен (яғни баламалар шынында да әртүрлі не көрсете алатын шекті айырмашылықтар); және де күйлер кеңістігінде ең пайдалы қозғалыс бағытты анықтау үшін қолданылатын математикалық әдістермен (8.1-, 8.2-, 8.3-суреттер).

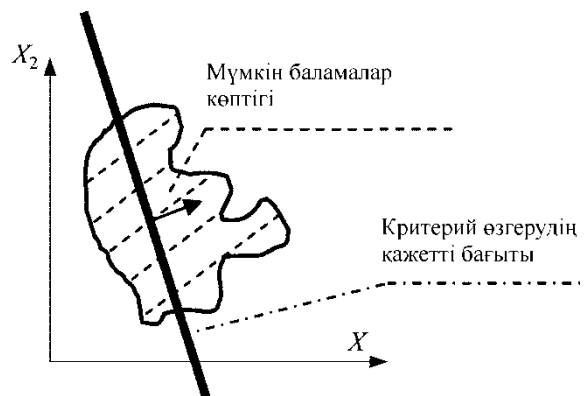
Жоғарыда келтіргенді басқа сөзбен айтқанда: n тәуелсіз айнымалылардан кейбір функция $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ бар. 8.1-кестеде келтірілген шектеулердің біреуі болғанда $\max \{f(x_1, x_2, \dots, x_n)\}$ табу керек. Немесе $\min$, егер «қашықтау өлшемі» берілсе.

Мұнда барлық индекстер бүтін сандар 1, 2, 3 ...

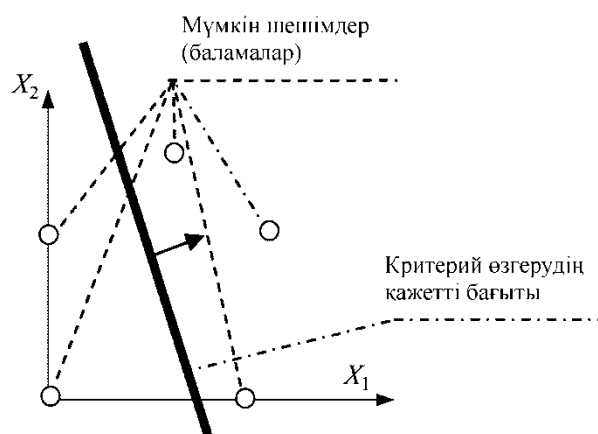
Осыны кейбір дербес геометриялық мысалдармен екі параметрлер x_1 және x_2 көптігінде де көрнекті көрсетуге болады (8.1-, 8.2-, 8.3- суреттер).



12.1-сурет. Үздіксіз сызықты шектеулер көптігіндегі сызықтық критерий



12.2-сурет. Сызықты емес шектелген баламалардың дөңес емес үздіксіз көптігіндегі сызықтық критерий



12.3-сурет. Дискретті баламалар көптігіндегі сызықтық критерий

12.1-кесте

Критериалды есептердегі шектеулер түрлері

x_i параметрлер мәндерінің үздіксіз көптігінде сызықтық шектеулер	x_i параметрлер мәндерінің үздіксіз көптігінде сызықтық емес шектеулер	x_i параметрлер мәндерінің дискретті көптігінде сызықтық не сызықтық емес шектеулер
$C_0 \geq X_1 \geq C_1$ $C_2 \geq X_2 \geq C_3$ $\dots$ $C_{n+2} \geq X_n \geq C_{n+3}$ $a_{1m}x_1 + a_{2m}x_2 + \dots + a_{nm}x_n \leq b_1$ $\dots$ $a_{1m}x_1 + a_{2m}x_2 + \dots + a_{nm}x_n \leq b_m$	$C_0 \geq X_1 \geq C_1$ $C_2 \geq X_2 \geq C_3$ $\dots$ $C_{n+2} \geq X_n \geq C_{n+3}$ $a_{1m}x_1^{k1} + a_{2m}x_2^{k2} + \dots + a_{nm}x_n^{kn} \leq b_1$ $\dots$ $a_{1m}x_1^{k1} + a_{2m}x_2^{k2} + \dots + a_{nm}x_n^{kn} \leq b_m$	$X_1 \in \{x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1s}\}$ $\dots$ $X_n \in \{x_{n1}, x_{n2}, \dots, x_{nd}\}$ $\dots$ Сызықтық немесе сызықтық емес шектеулер

Шешімді критериалды қабылдау есептер сызықтық немесе сызықтық емес математикалық бағдарламауға жататыны анық көрініп тұр. Қай есеп болмасын дербес жағдайы, мысалы, бүгін санды бағдарламау есебі болып шығу мүмкін. Онда ең жақсы баламаны табу керек, оның x_1 және x_2 бағалары бүгін сандар.

Жалпы жағдайда критериалды таңдау (шешім қабылдау) әдісі келесі қадамдардан тұрады:

1. Өте жалпы, концептуалды есепті қою: «Не істеу керек?» немесе «Аяғында не керек және қазір не бар?». Яғни шешім қабылдаудың мақсатын (мақсаттарын) анықтау.

2. Баламаларды генерациялау. Бұл кезеңде сараптамалық деп аталатын әдістер қолданылады: «ми шабуыл», «синектика», «өнертабыс матрицалары» және т.б.

3. Мақсатқа жету дәрежесін бағалайтын критерийлерді таңдау.

3.1. Көзқарасты таңдау: «идеалға ұмтылу» немесе «шығындарды минимизациялау».

3.2. Әрбір критерий үшін бағалау функцияның түрін таңдау.

3.3. Әрбір критерий үшін «шекаралық мәндерді» анықтау («жақсы – жаман» шкаласы).

4. Таңдалған критерийлер бойынша баламаларды бағалау.

4.1. Әрбір баламаның параметрлер мәндерін анықтау.

4.2. Алдыңғы тарихты есепке алу (көп реттік таңдау үшін).

4.3. Критерий мәнін есептеу.

5. Мақсатқа (мақсаттарға) жету дәрежесін бағалаудан алынған баламаны дәрежелілеу.

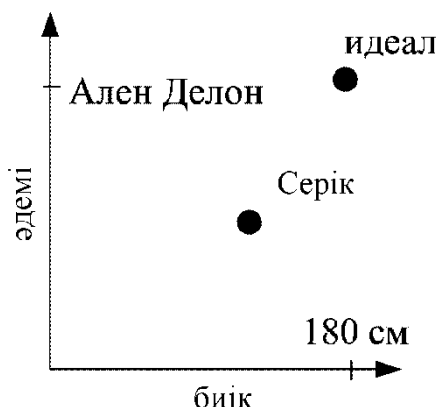
6. Ең нашар баламаларды лақтырып тастау.

7. Басым болмайтын көптіктен (мысалы, кездейсоқ түрімен) бір баламаны таңдау немес 1-ші пунктке қайту.

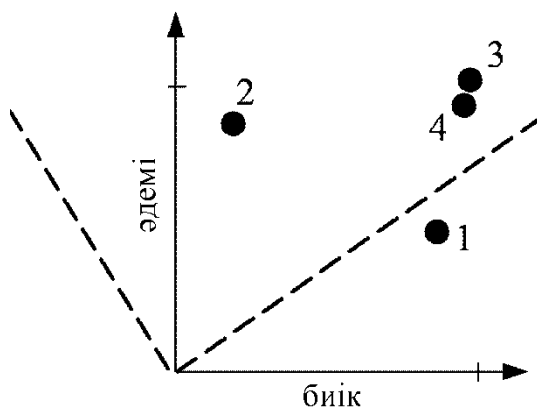
Тағы да бір маңызды мәселе барлық қарастырылған функциялардың дөңестік (батыңқылық) сипаттамасы және мүмкін мәндер көптігінің тұйықтығы. Бұл анықтамалар функционалды талдауда беріледі.

Критериалды есепті шешудің қадамдарына қайтып келейік. 1 қадам бірінші бөлімдерде толық бейнеленген. Екінші пункт ұлан-байтақ, оның қарауы ЖИ курсына кірмейді. Критерийлер таңдауды (3 қадам) өнер деп айтуға болады. Барлық критериалды әдістерді (шешімді қабылдау) «идеал нүкте» және «ымыралы бағдарламау» әдістерге бөлуге болады. Бірінші жағдайда барлық баламалар өзінің белгілерінің көп өлшемді кеңістікте қарастырылады, сонымен бірге «идеал нүкте» бар болады (8.4-сурет). Әрбір баламаның бағалауы идеал нүктеге дейін аралығы деп алынады (ыңғай үшін идеал нүктені координат басына қояды). Кімде бұл аралық минималды, сол жеңеді. Кейде, керісінше, «жақындық өлшемін» емес «қашықтау өлшемін» қарастырады. Бұл жағдайда, мысалы, «абсолютты қажет емес нүктені» жасауға және оған дейін (әрбір баламадан) аралықты анықтауға болады. Әрине, ең жақсы балама «жаман» нүктеден ең алыста болады. «Жақсы – жаман», «күшті – әлсіз» және т.с.с. ұғымдарды енгізуге мүмкін беретін көп өлшемді кеңістіктерді «семантикалық метрикасы бар кеңістіктер» немесе «семантикалық кеңістіктер» деп атайды. Кейде «Осгуд кеңістігі» деп аталады, өйткені алғаш рет осындай кеңістіктер Чарльз Осгуд пен Суси жазған «Мәндерді өлшеу» кітабында қарастырылған болатын (1947 ж., АҚШ). Кітапта түсіну және бейнелеу үшін ағылшын тіліндегі құрылыстар мен психологиялық құрылымдар қарастырылған. Сондықтан лингвисттер де, психологтар да және ЖИ мамандары оны «біздің кітабіміз» деп есептейді. Ч.Осгуд бұқаралық процестерді зерттеген. Мысалы, кейбір студенттер

тобында математикадан бақылау жұмысының нәтижесі бойынша Осгуд кеңістігін құруға болады.



12.4-сурет. Идеал нүкте және нақты балама (Майраның көзқарасы)



12.5-сурет. Басым болатын және салыстырмасыз баламалар

Сөйтіп, шешім қабылдайтын кейбір кеңістікті құру (8.5-сурет) мынаны ойлайды: мақсаттарды (қажетті күйді, идеал нүктені), кеңістік қасиеттерінің өзгеру бағыттары және де өлшем түрі мен шекаралық мәндерін анықтау. Шетелдік ұғымдарда мақсатқа сәйкес ұғым «goal», ал қасиеттерінің өзгеру бағытына — ұғым «objectives», бірақ олар синоним емес.

Қарапайым жағдайда өлшем ретінде жай айырма (айырмалар қосындысы) пайдалану мүмкін. Мысалы, «Серік идеал өлшемге $(180-170) + (\text{өте әдемі} - \text{сүйкімді})$ сәйкес емес». Осыдан көрініп тұр - қарапайым өлшемді енгізу түрлі өлшеуіш шкаланың бар болу проблемасына әкеледі. Шкалалар мүмкін типтер саны математикалық өлшеу теориясында жақсы зерттелген. Геометриялық көзқарастан Евклид өлшемін (аралық) қарастыру керек $\Delta = \{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 + (f - f_1)^2\}^{1/2}$. Мысал әдейі 4-өлшемді кеңістік үшін берілген, яғни дәреже көрсеткіші 2 немесе 3-өлшемді кеңістіктерде де өзгермейтінін көрсету үшін. Егер екінші дәрежелердің орнына біз p дәрежесін пайдалансақ, онда $p \rightarrow 0$ болғанда классикалық баллдық бағаны аламыз, мұнда нақты күйдің идеал күйден әрбір ауытқуы 1 деп есептеледі; $p \rightarrow \infty$ болғанда, керісінше, кіші ауытқулар (1-ден кем) тегістеледі, ал едәуір ауытқулар өседі. Нақты есеп үшін дәрежені дұрыс

таңдаудан, біз «шешімді жақсы таратып әкететін» өлшемді аламыз, яғни басым болатын баламалар (3 балама) көптігін және басым болмайтын (бір-біріне салыстырмалы) баламалар (1 және 2) көптігін жасақтауға мүмкіндік береді. Өлшем дұрыс таңдалмаса 4 баламасы бар проблеманы аламыз, ол 3 ден жаманырақ, бірақ қаншаға? 4 баламаны қабылдау үшін осы ауытқу жеткілікті ме?

Өйткенмен қандай да өлшем болғанда 1-мен 2-нің арасында таңдау керек болады. Бірақ қалай? Геометриялық бұл осьті бұру және ось үстіне нүктелерді проекциялау әдіс арқылы мүмкін. Айқын көрініп тұр 1 балама 2 ден жақсырақ және де анағұрлым (абсцисса осіне проекцияны қараңыз). Математикалық жағынан бұру операциясы кейбір коэффициентке (параметр салмағы) көбейтуге эквивалентты. Осындай өлшемдер өлшенген деп аталады: $\Delta = \{w_1(x - x_1)^p + w_2(y - y_1)^p + w_3(z - z_1)^p + w_4(f - f_1)^p\}^{1/p}$, әрине $\sum w_i = 1$. Салмақтар жиынтығын әлі «сарапшының артық көру құрылымы» деп атайды, ал өлшемнің нақты түрін – түйіншек (свертка). Қатал түрде дәл осы формуланы: $\Delta = \{w_1(x - x_1)^p/a_1 + w_2(y - y_1)^p/a_2 + w_3(z - z_1)^p/a_3 + w_4(f - f_1)^p/a_4\}^{1/p}$ деп жазу керек. Мұнда a_n коэффициенттер шкаланы нормалдау үшін қызмет етеді. Бірақ, бұл формула да әмбебап емес, өйткені кейбір шкалалар үшін «бірыңғай» масштабтан басқа «есеп басын жылжыту» қажет болады.

Егер шешімнің көп ретті қабылдауы кездессе одан да күрделі жағдай болады. Уақытты еске алып бір параметр бойынша медициналық диагнозды қою есептің мысалын қарастырайық (8.6-сурет).



12.6-сурет. Тыныс жолдары мен өкпе қабындының үздіксіз температуралық қисықтары

Өкпенің талаурауы (тым тонудан және әлсіреуден басталды деп ойлайық) жалпы жағдайда температураның күрт көтерілумен және көңіл күйі нашарлаумен сипатталады. Егер еш нәрсе істемесек, бір аптаның ішінде температура көтеріледі және көңіл күйі нашарлайды, сосын дағдарыс басталады, яғни температура күрт көтеріледі және сонан соң төмендейді. Антибиотиктер болмағанда ауру адам дағдарыстан аман-есен шығып жазылады, әйтпесе, өліп қалады. Өкпе қабынғанда температуралық қисық өзгеше жүреді – пациенттің күйі тұрақты, температура көтерілмеген немесе тіпті төмендеген. Диагнозды екінші күні қою керек. Әрине, бірінші күнді

еске алмай мұны істеуге болмайды. Егер бірінші күні аурудың температурасы аса қатты көтерілмесе, онда тыныс жолдары, әйтпесе – өкпе қабынғаны. Бірақ, ақырғы шешімге екі нүкте жеткілікті ме? Ал нешеу жеткілікті? Егер нүктелер «дәл модельді қисыққа жатпаса» не істеу керек? Берілген мысалда тек бір параметр ғана еске алынады, ал нақты диагностика үшін ең азы 7-8 параметр қажетті.

Қойылған сұрақтарға бірімәнді жауаптарды табу оңай емес. Кездесетін әдістер негізінде шешімді бір рет қабылдауға тиіседі. Қазіргі заманда медициналық диагностика есептері критериалды әдістер көмегімен сирек қарастырылады. Жиі нейрон желілерді пайдаланады, себебі олар анағұрлым тиімділеу (мысалы, салмақтарды есептеу үшін). Бірақ, жоғарыда айтылған проблемалар нейрон желісіне де қатысты. Мысалы, біз салмақтарды есептеп, пациент пен модельдік қисықтар арасындағы 14 күн аралығында өлшенген айырманы анықтадық. Баламаның ешбіреуі басым болатындай шықпау мүмкін, өйткені аурудың бастауы бір модельге ұқсайды, ал аяқтауы басқа модельге ұқсас болады. Онда салмақтарды әрбір күн үшін енгізіп, графиктерді «сатыларға» (бастауы, барысы, жазылуы) бөлеміз. Нәтижесінде түсініксіз құру логикасы бар тым үлкен суперкритерий алыну мүмкін.

Тәжірибеден шығады тиімді диагностика жасау үшін 7-8 маңызды параметр жеткілікті. Егер параметрлер санын көбейтсек, диагностиканың дәлдігі аса өзгермейді. Сондықтан, тек маңызды параметрлерді таңдау қажет. Сонымен, критериалды есеп – бұл салмақтарды негізді таңдау есебі, мұнда маңызды параметрлер «үлкен» салмақты алады.

Критериалды әдістердің даму салдарының бірі «бөлетін кеңістік / гипержазықтық / функция» деген ұғым. Бөлетін гипержазықтық (шешуші ереже) – бұл кейбір геометриялық интерпретациясы. Яғни осы функция зерттелетін нүкте $A(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ кейбір салаға жатама жатпай ма деген сұраққа бірімәнді жауап бере алады (8.3-сурет). Осы функцияның түрі бөлінетін салалардың конфигурациясына және өзара орналасуына қатты тәуелді. Егер салалар арасында кейбір түзуді жүргізе алсақ және барлық нүктелер оның екі жағында қалатындай болса, онда «сызықтық бөліну» туралы айтады. Алғашқы перцептрондар (нейрон желінің болашақ үлгісі) осы принципке негізделген болатын.

Егер салалардың біреуі дөңес, ал екіншісі басыңқы болса, онда есеп күрделі болып шығады (8.5-сурет). Одан әрі күрделіледі, егер салалар қиылысатын болса, мысалы екі бұлт. Бір бұлт – орманның өртенуі, екіншісі - өзең бетінен булану. Арасындағы шекарасын табу керек. Әрине, осындай есепті бір ғана бөлетін түзу көмегімен шешу мүмкін емес. Ол үшін кейбір қисық қажетті, не жанамалар негізінде оның кесектік аппроксимациясы қажетті. Берілген жағдайда бөлетін функцияның түрі екінші, үшінші (4-дейін) ретті сызықтық емес функция болып шығады. Осындай гипержазықтық негізінде айырып тану туралы негізгі математикалық теоремалар нейрон желілер теориясында М. Мински және С. Пейрепт дәлелдеген.

Енді, қарастырылған сұрақтарға жататын, бір қатар маңызды кезендерді қайталайық, келтірілген жолға сүйеніп келесіні еске алайық:

- баламалар көптігі шектеулі, есептеулі және континуалды болу керек;
- баламаны бағалау бірден бірнеше критерий (әрбіреуі көп өлшемді бола алады, мысалы, активті және реактивті бөліктен тұратын толық электр кедергісі, өлшеммен және түсімен сипатталатын медициналық симптом «бөртпе» және т.б.) бойынша жүзеге асырылу мүмкін. Критерийлерде сандық және сапалық сипаты бар және олар түрлі типті шкалада өлшенеді;
- таңдау тәртібі бір реттік немесе қайталанатын (мысалы, тәжірибе арқылы үйретуді жүргізу, яғни салмақтарды қайта есептеу) болу мүмкін;
- таңдаудың салдары алдын ала белгілі болу мүмкін (айқындылық жағдайдағы таңдау) немесе ықтималдық сипатты болу мүмкін (тәуекел кезіндегі таңдау) немесе бір мәнді емес шығысы болу мүмкін (белгісіздік жағдайдағы таңдау).

Атап айтылған варианттардың әртүрлі тіркестері әртүрлі математикалық таңдау есептерге әкеледі. Осындай сұрақтарға арналған математиканың арнайы бөлімдері бар, мысалы «ойын теориясы», «операцияларды зерттеу», және т.б.

Өлшеуіш шкалалар

Баламаларды салыстыру объектің сипаттамаларын өлшеу негізінде өтіп жатады. Өлшеу – бұл алгоритмдық операция, ол объектінің, процестің, құбылыстың берілген байқалған күйіне сәйкес: сан, нөмір немесе символ сияқты белгі қояды.

Өлшеу кезінде ең маңызды мәселе өлшеуіш шкаланың типі. Өлшеу теориясында 6 негізгі шкалалар типін ажыратады (қуаттың өсу ретімен): номиналды, реттік, интервалды, циклдық, қатынастар, абсолютты.

Номиналды шкала (атаулар шкаласы, таптасу шкаласы) – бұл кез-келген екі күйі туралы тек айырып тануға болама не болмай ма деген объектілерді қарастыруға мүмкіндік береді. Және түрлі күйлерге сәйкес түрлі белгілер қояды, ал айырып алмайтын күйлерге – бірдей белгілер қоятын өлшеу алгоритмдер.

1. $\text{Не } A = B, \text{ не } A \neq B.$
2. Егер $A = B$, онда $B = A.$
3. Егер $A = B$ және $B = C$, онда $A = C.$

Мұнда = символы эквиваленттік қатынасты белгілейді; егер де A мен B – сандар болса, онда бұл теңдеу белгісі.

Кластарды белгілеу үшін шкалада сөздер, символдар, цифрлер, олардың түрлі комбинациялар (мысалы, түстер шкаласы – қызыл, қызғылт сары, сары және т.б.) пайдаланылады; олардың еру реті маңызды емес (8.7-сурет). Егер біз түске толқын ұзындығын салғастырсақ, онда бұл номиналды шкала болмайды. Онан әрі «квантификатор» ұғымды пайдаланамыз.



12.7-сурет. Эквивалентты номиналды шкалалар

Номиналды шкаладағы белгілермен, олар сандық болса да, арифметикалық операцияларды, тек қана олардың сәйкес келуін тексеру операцияларды жүргізуге болмайды. Сәйкес келуін тексеру операциялардың нәтижесімен бірге одан күрделі өзгертулерді орындауға болады: сәйкес келудің санын санау, салыстырмалы жиіліктерді есептеу және салыстыру, статистикалық процедураларды орындау және т.б.

Мысал. Кейбір эксперименттің басында біз сынаушыларды нөмерлейміз. Аяғында алынған нәтиже бойынша сынаушыларды реттейміз. Жалпы жағдайда, басындағы нөмер мен және соңындағы рангпен ешқандай өзара байланыс болмайды.

Ал үй ішіндегі пәтер нөмерлерінің шкаласы кейбір заңдылықтарды анықтауға мүмкіндік береді. Мысалы, 80 нөмерді 40 нөмерге бөлу мағынасыз, бірақ, 80-нен 40-ты алсақ біз пәтерлердің өзара орналасу туралы қорытынды істей аламыз. Сондықтан, осындай шкаланы номиналдыға да реттікке де жатқызуға болады.

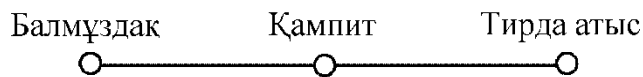
Номиналды шкаланы күшейтсек, біз реттік шкаланы (ординалды, рангтік) аламыз, ол белгілі бір түрмен кластарды салыстыруға, квантификаторлардың ілесу ретін көрсетуге мүмкіндік береді. Берілген жағдайда квантификатор — бұл шкаладағы бөлік.

Шкаладағы квантификаторлар сәйкес келуіне байланысты күшті (қарапайым) ретті, әлсіз ретті және жарым-жарты ретті шкалаларды ажыратады. Номиналды шкаланың аксималарына қосымша келесі аксиомалар орындалу қажет:

Күшті рет:	Әлсіз рет:	Жарым-жарты рет:
егер $A > B$, онда $B < A$;	$A \leq B$ немесе $A \geq B$;	өзара
егер $A > B$ және $B > C$,	егер $A \geq B$ және $B \geq C$,	салыстырылмайтын қос
онда $A > C$.	онда $A \geq C$.	кластар бар, яғни
		не $A \leq B$, не $B \leq A$.

Жарым-жарты ретті шкалалар социологиялық зерттеулерде жиі пайда болады. Мысалы, сатып алушы сұранысты зерттегенде, екі әр текті тауарлардың қайсысы өзіне ұнайтынын субъект айталмайды.

Реттін қатынасы салыстыратын кластар арасындағы қашықтық туралы ештеме айталмайды (12.5-сурет қараңыз). Реттік экспериментал деректерді цифрлермен көрсетілсе де, сан ретінде қарастыруға болмайды, олармен амалдар жүргізілмейді. Мысалы, орта мәнің есептеуге, мәнді мәнге немесе коэффициентке бөлуге жарамайды.



12.8-сурет. Қайрат баланың ұнату реттік шкаласы

Эксперимент арқылы анықталған: Қайрат тирге бару үшін, алдымен, балмұздақтан, сосын қампиттен де бас тартады. Бірақ, тир үшін ол екі қорап қампиттен немесе төрт балмұздақтан бас тартатынын анық айталмаймыз.

Барлық психологиялық шкалалар реттік болады. Егер кейбір психологиялық тестін нәтижелері екі субъект үшін a_1 мен a_2 тең болса, онда бірінші субъект екіншіге қарағанда, кейбір қызметке «азды-көпті қабілетті» немесе «қабілеттері бірдей» деп айтуға болады. Бірақ, бірінші субъект екіншіден « a_1/a_2 есе қабілетті» деп айтуға болмайды. Керісінше, егер бір атлет 100 кг штангыны көтерсе, ал екіншісі – 200 кг көтерсе, онда «екінші атлет біріншіден, 2 есе күшті» деп айту әділ, бірақ мұнда шкала типі басқа.

«Сандармен жұмыс істеу» үшін ұмтылыс шкаланың интервалды (бұл шкалада екі түрлі квантификатор арасындағы қашықтық белгілі) типіне дейін күшеюіне келтіреді. Қашықтықты шкаланың ұзындығы бойынша бірдей өлшем бірлікте көрсетеді. Интервал ұзындығы шкаладағы орналасу орнына тәуелді емес. Арифметикалық операциялар квантификатор мәнімен емес, интервалдар ұзындықтарымен ғана өткізіледі, себебі осындай шкалада «0» жалғыз емес.

Мысал. Суды 9° -тан 18°C -ға дейін қыздырды. Судың температурасы екі есе өсті деп айтуға бола ма? Фаренгейт шкаласы бойынша дәл осындай өлшеулер мұндай нәтиже береді $37^{\circ} - 42^{\circ}\text{F}$. (Фаренгейт пен Цельсий шкалалар арасындағы байланыс мына формуламен беріледі $F = 5/9^{\circ}\text{C} + 32$).

Кейбір шамаларда, өзінің физикалық табиғаты бойынша, абсолют нөлі болмайды немесе есептеу басын қоюға еркіндік береді. Сондықтан олар интервалды шкалада өлшенеді: температура, уақыт, жер биіктігі. Статистикада орталық моменттерде (соның ішінде дисперсия) объективті физикалық мағынасы бар, ал бастапқы моменттер (соның ішінде орта мәні) есептеу басымен қатар салыстырмалы болады.

Аурудың күй-жағдайын бақылайтын интеллектуалды бағдарламаның кодындағы кәдімгі қателік мысалын келтірейік. Дене температурасының «елеулі өзгеруіне» бағдарлама әсер тигізу керек. Норма $36,6^{\circ}\text{C}$ болғанда 40°C ахуал пайда болды. Бағдарлама салыстырмалы ауытқуды есептеді: $(1 - 36,6/40) = 1 - 0,915 = 0,085$; ауытқу «айқын кішкене» болғандықтан, ешқандай іс-әрекет орындалмады.

Дұрыс есептеулер мынадай болар еді:

$$1 - |40 - 36,6|/|36,6 - 43| = 1 - 0,45 = 0,55.$$

Мұндағы 43°C — тірі адам денесінің шекті температурасы.

Қатынастар шкаласындағы квантификатор мәндерімен «сандар секілді» арифметикалық амалдар жүргізуге болады. Және де аддитивность аксиомаға қанағаттандырылу (қосымша) керек:

$$\text{егер } A = P \text{ және } B > 0, \text{ онда } A + B > P;$$

$$A + B = B + A;$$

егер $A = P$ және $B = Q$, онда $A + B = P + Q$;
 $(A + B) + C = A + (B + C).$

Қатынастар шкаласына сәйкес болатын шамалар: ұзындық, салмақ, ақша.

Кейбір өлшеуіш аспаптарда шкала тұйықталған (айырмалық, циклдық, кезеңдік шкала). Бұл жағдайда кейбір кезеңі $y = x + nb$, $n = 0, 1, 2, \dots$ бар интервалды шкала туралы әнгіме.

Ақырғы және ең «күшті» шкала абсолютті. Оның абсолютті нөлі және абсолютті бірлігі бар. Ол жалғыз және бірегей. Абсолют шкаланың басқалар мен салыстырғанда, маңызды ерекшелігі – оның бірлігінің дерексіздігі (өлшемсіздігі) және абсолюттігі. Айтылған ерекшелігі абсолют шкаланың көрсеткіштеріне, басқа шкалаларға қарағанда, түрлі операцияларды жүргізуге және осы көрсеткіштерді логарифм аргументі мен дәреже көрсеткіші ретінде қолдануға мүмкіндік береді. Осындай қажеттілік, мысалы, психологиялық эксперименттерді өңдеу кезінде жиі кездеседі. Зерттелетін шамалар арасындағы өзара байланысты анықтау үшін қарапайым корреляция қолданылады. Осындай есеп тек нормалды заң бойынша үлестірілген бастапқы деректерге ғана рұқсат. Нақты жағдайда (мысалы, log-нормалды үлестіру) деректер логарифмды пайдаланады, себебі олар нормалды түрде сөзсіз үлестіріледі. Мынадай шкала сандық ось болып табылады.

12.2-кестеде қарастырылған шкалалар туралы негізгі мәліметтер жиналған. Шкала неғұрлым күшті болса, зерттелетін объект, құбылыс, процесс туралы өлшеу арқылы соғұрлым көп мәліметтер алуға болады. Кейде бастапқы байқауларды әлсіз шкалада жасайды, сосын қандай да болса жорамал енгізіп, одан күшті шкалаға ауысады. Өңдеу негізінде алынған зерттеу нәтижелері тағы өзгертіледі, енді шкаланың үшінші типі үшін, әдетте олардың көрнекілігін қамтамасыз ету. Мысалы, 7-8 параметр бойынша шешімді қабылдау нәтижесінде үшөлшемді бейнені салады.

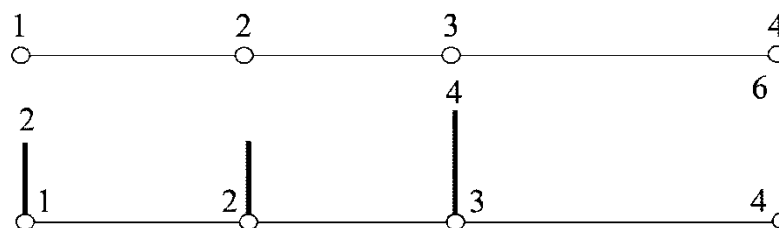
Өлшеуіш шкалалар типі

Шкала атауы	Анықтайтын қатынас	Шкаланың эквивалентті өзгертуі	Деректер үстінен мүмкін операциялар	Деректердің екінші реттік өңдеуі
Номиналды	Эквиваленттік	Атаулардың орнын ауыстыру	Кронекер символды есептеу	Салыстырмалы жиіліктерді және олармен операцияларды есептеу
Реттік	Эквиваленттік, ұнатушылық	Бір қалыпты (ретті өзгермейтін)	Кронекер символды және рангты есептеу	Салыстырмалы жиіліктерді, олармен операцияларды және таңдаулы квантильді есептеу
Интервалды	Эквиваленттік, ұнатушылық, интервал қатынастарын сақтау	Сызықтық өзгерту $y = ax + b$, $a > 0, b \in R$	Кронекер символды, рангты және интервалдарды (байқаулар айырмасы) есептеу	Интервал үстінен арифметикалық амалдар
Циклдық	Эквиваленттік, ұнатушылық, интервал қатынастарын сақтау, мерзімдік	Ығысу $y = x + nb$, $b = \text{const}, n = 0, 1, 2, \dots$	Интервалды үшін сияқты	Интервалды үшін сияқты
Қатынастар	Эквиваленттік, ұнатушылық, интервал қатынастарын сақтау, мерзімдік, екі мәннің қатынастарын сақтау	Созылу $y = ax, a > 0$,	Барлық арифметикалық операциялар	Әрбіреу ыңғайлы өңдеу
Абсолют	Эквиваленттік, ұнатушылық, интервал	Бірегей шкала	Барлық арифметикалық	Әрбіреу қажетті өңдеу

	қатынастарын сақтау, мерзімдік, екі мәннің қатынастарын сақтау, абсолют және өлшемсіз бірлік, абсолют нөл		операциялар; дәреже көрсеткіші, логарифмның негізі мен аргументі ретінде пайдалану	
--	---	--	--	--

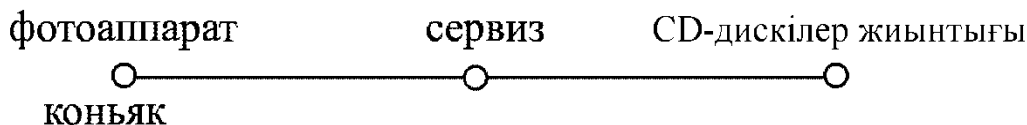
Шкалалар типі туралы бір күлкілі мысал келтірейік. Майра мен Бота Қайраттың туған күніне жиналып жатыр. Қандай сыйлық ұсынамыз?

1. Варианттар генерацияланады: 1 – фотоаппарат, 2- коньяк, 3 – сервис, 4 – CD-дискілер жиынтығы. Ұсыну барысында баламалар бағаланбайды және сыналмайды, әйтпесе, «біз ештеңені ойлап таппаймыз». Баламалар жинағы номиналды шкаланы құрайды, оның үстіндегі ұнатулар белгісіз (8.9-сурет). Майра мен Бота сарапшыларды (Қайратты жақсы білетін) сұрастырады. Жоғары айтылғаннан Қайрат нені ең жақсы көреді? Номиналды шкалада жиіліктерді өлшейді. 1 мен 2 баламаға екі адам дауыс берді, үшінші баламаға – төрт адам және соңғысына – алтау.



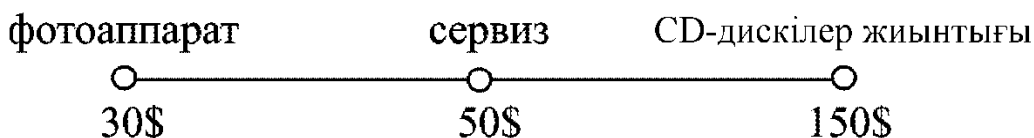
12.9-сурет. Номиналды шкаладағы қарапайым жиілік талдау

2. Майра мен Бота Қайраттың ұнатуларының реттік шкаласын салады (12.10-сурет).



12.10-сурет. Әлсіз ретті шкаласы

3. Майра мен Бота шығындар туралы ойлайды – олар варианттарды кейбір валютада бағалайды. Фотоаппарат жақсы коньяктан арзан, сондықтан реттік шкала «күшті» болып түседі, ал ақша белгілерін енгізгеннен кейін оның типі салыстырмалыққа өзгереді (8.11-сурет).



12.11-сурет. Қатынастар шкаласы

4. Енді қыздарда екі шкала бар, біреуі Қайраттың ұнатуларын сипаттайды, екіншісі - Майра мен Ботаның ұнатулары (8.12-сурет). Қайраттың көзқарасынан варианттар бағалауы кейбір абстракты бірлікпен көрсетіледі (шкала «0-ге келтірілген» - бағалардан 2 алынған). Қатал айтқанда, «0, 2 және 4» квантификаторларға сан мағынасын қосып жазуға

болмайды, бірақ біз мысалды оңайлату үшін осындай жорамал істейміз. Ол үшін интервалды шкаланы салыстырмалыққа келтіреміз.



12.12-сурет. Шкаланы «0»-ге келтіру

5. Қайраттың көзқарасынан дискілер жиынтығы сервиздан 2 есе артық көрінеді. Майра мен Бота сервиз CD жиынтығынан 3 есе артық көрінеді деп ойлайды. Әрине, фотоаппарат 5 есе артық көрінеді, бірақ ол Қайратқа ұнамауы мүмкін (8.13-сурет).



12.13-сурет. Қайраттың және қыздардың ұнатуларын салғастыру

Сонымен, қыздар 50\$ баламаға келеді, ал Қайраттың бағасы – 2.

Шешімді қабылдаудың кейбір әдістемелері

Ең бірінші айту керек, таңдау бір критериймен (немесе бірге оралған көптік критерийлермен), не критерий жинағымен (бірге келтірмейтін) ескертіледі. Таңдау нәтижесі «жақсырақ», «берілген деңгейге сәйкес», «кейбір берілген деңгейден кем емес» болуы мүмкін. Таңдау нәтижесі айқын анықталған немесе айқын емес болуы мүмкін. Егер кейбір көзқарастан «анық жақсы» баламаны белгілеп алсақ, онда оны басым болатын деп атайды. Қалған варианттарды «анық нашар баламалар» деп атайды. Ал егер бірнеше варианттар арасында не жақсысын, не нашарын көрсете алмасақ (мысалы, $q(X_1) = (3,5)$, $q(X_2) = (2,6)$ – екі критерий бойынша екі баламаның бағалары), салыстырылмайтын (басым болмайтын) баламалар көптігі туралы немесе Парето көптігі туралы айтады.

Критериялды таңдауды жүзеге асырудың қалыптасқан әдістемелері «техника» немесе «бағдарламау әдістері» деп аталады. Мысалы, мақсатты бағдарламау және келісімді бағдарламау туралы айтады.

Критериалды әдістер көмегімен қабылданатын шешімдер тиімділігі заттық салаға тәуелді. Мысалы, экология-экономикалық есептер, объектілерді реттеу есептер және басқалар.

Басты критерий әдісті карап шығайық. Егер баламалар (олардың арасынан ең жақсысын таңдау керек) бір немесе бірнеше (олардың арасында «ең маңыздысы» біреу бар) критериймен бағаланса, онда «ең жақсырақ» принципі бойынша таңдауды жүзеге асыру қажет:

$$x_{\text{opt}} = \arg[\max q(x)], \quad x \in X.$$

Мұнда X – қарастырылатын баламалар көптігі, $q(x)$ – критерий мәні.

Егер де критерийлер арасында ең маңызды біреу (немесе бірге оралатын топ) бар болса, онда басты критерийдің максимизациясы туралы айтады, қосымша критерийлер ол берген деңгейлерде қалады (шартты максимизация):

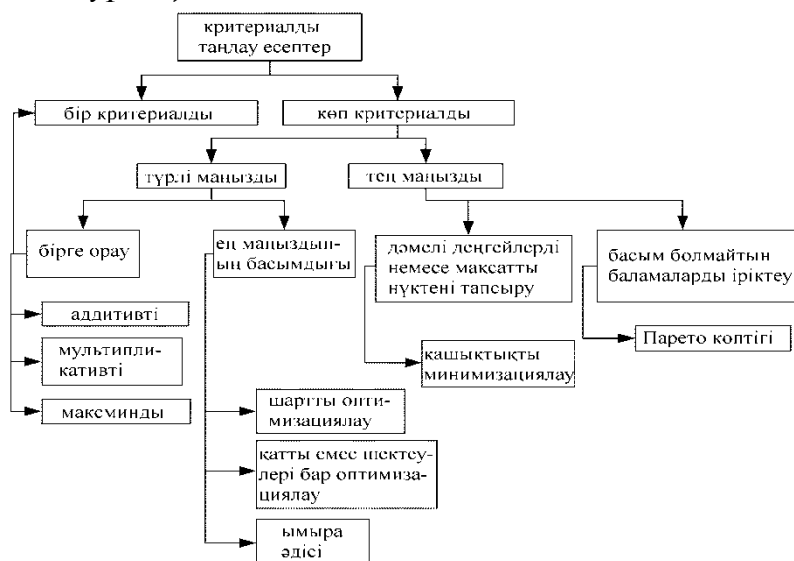
$$x_{\text{opt}} = \arg[\max q_0(x) \mid q_i(x) \leq C_i, i = 1, 2, 3, \dots, p], \quad x \in X.$$

Жол беру әдісінде (шартты максимизацияның өзге түрі) біз кейбір үлкен емес шаманы анықтаймыз, оған басты критерийдің орнына жол береміз. Осындай жол беру арқылы екінші дәрежелі критерийлер маңызы бойынша реттелу мүмкін.

Берілген қасиеті бар баламаларды іздеу түрлі баламаны таңдау үшін қолданылады, олардың дербес критерийлері мәні берілген диапазонда жатады. Дербес жағдайда бос баламаны алу мүмкін.

Шартты максимизация немесе берілген қасиеті бар баламаларды іздеу кезінде «дәмелену деңгейлер» туралы жиі айтады. Бұл деңгейлер, критерий мәнінің өзгеру диапазоны бізге оқиғалардың: «ең нашар», «ең жақсы», «ымыралы» және т.с.с. даму варианттарын тапсырады. Әрине, егер түрлі критерийлердің дәмелену деңгейлері қиылысатын болса, онда біз идеал нүктені аламыз. Геометриялық жағынан дәмелену деңгейлері картадағы тең деңгейлі сызықтарына өте ұқсайды.

Төменде кейбір ең жиі қолданылатын әдістердің жалпы сызбасы келтірілген (12.14-сурет).



12.14-сурет. Кейбір ең маңызды критериалды әдістер

Шешім көпкритериалды қабылдауының оқу мысалы

Критериалды әдістер көмегімен медициналық диагнозды қою мысалды қарастырайық. Барлық деректер нақты аурулардан алынған.

Пациент артынан байқаулар мәліметтері бар болсын (8.3-кесте), ол сары аурумен аурады деп болажайық (не ауырмайды). Кестенің бағандарында зертханалық зерттеулер нәтижелері жазылған, мысалы, кан мен зәр талдауы және т.с.с. Бірінші ұяшық – ауруды байқау күннің нөмірі. Атаулардың ашуы берілмейді, себебі ЖИ жағынан есепті қоюға ол ешнәрсе қоспайды (және де білімдер бойынша инженер медицинаны білмейді). Тек өлшеуіш шкаланың типі қызықты. Қабылдайтын мәндеріне сәйкес, типті өзіміз анықтауымыз керек.

12.3-кесте

Диагностика үшін бастапқы деректер

3	0,00	95,00	50,00	1,50	0,50	1,00	1,00	1,00	1,90	50,40
---	------	-------	-------	------	------	------	------	------	------	-------

Сау адамдарды байқаудан сол параметр бойынша 12.4-кесте алынған.

12.4-кесте

3	0,00	95,00	50,00	1,50	0,50	1,00	1,00	1,00	1,90	50,40
---	------	-------	-------	------	------	------	------	------	------	-------

Сары аурудың өзге түрімен ауратын пациенттерді байқау келесі нәтижелер берді.

12.5-кесте

Паренхиматозды сару ауру

3	0,00	10,52	28,00	1,30	2,00	4,69	0,00	0,00	1,00	0,00
---	------	-------	-------	------	------	------	------	------	------	------

12.6-кесте

Механикалық сару ауру

3	1,00	18,48	10,80	0,48	0,40	19,18	1,00	1,00	0,00	0,00
---	------	-------	-------	------	------	-------	------	------	------	------

12.7-кесте

Гемолитикалық сару ауру

3	0,00	4,80	30,00	0,30	0,40	3,60	0,00	0,00	0,00	1,00
---	------	------	-------	------	------	------	------	------	------	------

Медициналық әдебиеттерді оқып білу және сарапшылармен ақылдасу келтірілген параметрлер үшін «маңызды ауытқуларды» анықтауға мүмкіндік берді.

12.8-кесте

Гемолитикалық сару ауру

3	0,10	0,30	6,00	0,01	0,01	0,00	белгісіз	белгісіз	Белгісіз	белгісіз
---	------	------	------	------	------	------	----------	----------	----------	----------

12.9-кесте

Денсаулық

3	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,00
---	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

12.10-кесте

Механикалық сару ауру

3	0,10	8,00	2,00	0,03	0,01	3,20	белгісіз	белгісіз	белгісіз	белгісіз
---	------	------	------	------	------	------	----------	----------	----------	----------

Паренхиматозды сары ауру

3	0,10	0,40	5,00	0,12	0,20	0,40	белгісіз	белгісіз	белгісіз	белгісіз
---	------	------	------	------	------	------	----------	----------	----------	----------

Қашықтау өлшем (ауру моделден нақты баламадан) ретінде мына функцияны таңдаймыз

$$D = \sum [w_i (X_i - \bar{X}_i) / (2 \cdot X_i)],$$

мұндағы $i = 1, \dots, 10$ – параметр нөмірі; w_i – i -индексы бар параметр салмағы.

«Бөліну функцияның» нақты түрі шешімнің дұрыстығына қатты әсер етеді. Әрбір есепке ол жеке іріктеп алынады және күрделі, көлемді түрде болады. D функция әрқашан бірнеше түрлі әдіс арқылы анықталады:

$$D_{\text{(пациент - паренхиматозды сары ауру)}} = 366,7;$$

$$D_{\text{(пациент - механикалық сары ауру)}} = 290,2 \text{ (ең жақын балама);}$$

$$D_{\text{(пациент - гемолитикалық сары ауру)}} = 470,5;$$

$$D_{\text{(пациент - денсаулық)}} = 418.$$

Салмақтарды таңдау да маңызды сұрақ. Берілген есепте салмақтар тең деп алынған, ол тәжірибеде сирек кездеседі. Егер есепті қайталайтын болсақ, онда «0-ге бөлу» немесе «белгісіз шамаға бөлу» деген оқиғалар кездесу мүмкін. Осындай проблеманы шешу - білімдер бойынша инженердің жұмысы. Мысалы, «0» орнына кейбір кіші мән қойылады (берілген мысалда 0,1). Екінші оқиға («белгісіз шамаға бөлу») нашарлау. Егер осы «белгісіз шаманы» анықтай алмасақ, оны кейбір айнымалымен ауыстырады. D функцияның мәні «сан/белгісіз» түрде алынады. Осындай бағалар бойынша да шешім қабылдауға болады.

Берілген мысалда пациент шынында да механикалық сары аурумен ауырады.

5. Деңгейлік тапсырмалар:

1-деңгей.

- Білімдерді ұсыну жаңа модельдері;

2-деңгей.

- Критериалды әдістер;
- Таңдау есебі;

3-деңгей.

- Өлшеуіш шкалалар;
- Шешімді қабылдаудың кейбір әдістемелері;

6. БОӨЖ тапсырмалары:

Гипотезалар мен дихотомия. Өсу функциясы. Сыну нүктесі. Полиномияның дәлелі сыну нүктесінің қатысуымен өсу функциялары.

7. БӨЖ тапсырмалары:

Қолдау векторларының әдісі

8. Пайдаланылған әдебиеттер:

1. Ғ. Айғараева, Қ. Асанова, М. Нысанов. Сандық қондырғылар және микропроцессорлық жүйелер. Оқулық. 2010
2. Д. С. Козен. Есептеу теориясы. Сандық. Оқулық Алматы. 2013.
3. Асамбаев А.Ж. Жасанды интеллект негіздері.- Алматы: ЖШС РПБК "Дәуір", 2011-135б. Оқу құралы.
4. Рассел С., Норвиг П. Жасанды интеллект: Жаңашыл әдіс -Алматы, 2014.. Оқу құралы.
5. К. Пол. Цифровое искусство. Учебник. Москва , 2017, 220
6. Андреас Мюллер, Сара Гвидо. Введение в машинное обучение с помощью Python. –Москва. 2016.
7. В.Н.Негода. Машинно-ориентированное программирование. Учебное пособие Ульяновск 2015.